RAMKRISHNA VIVEKANANDA MISSION

3RD SUMMATIVE EVALUATION-2020

SUBJECT-MATHEMATICS

CLASS-X F.M.-90

i) ধরি, আসল(P)=24x টাকা

সুদ (I)=x টাকা

সময় (t)=1 বৎসর

সুদের হার (r)= $\frac{100I}{Pt}$ = $\frac{100\text{X}x}{24x\text{X}1}$ % =$\frac{25}{6}$ =4$\frac{1}{6}$ % ....(a)

ii) (P-4) x^2+2x+1=0 সমীকরণের একটি বীজ 1 হলে,

(P-4) .$(1)^2$ +2.1+1=0

(P-4) +3=0

P-1=0

P=1 ....a

iii)Sin2θ=cos3 θ

Sin2θ=Sin (90-3θ)

2θ= 90^0-3θ

5θ=90^0

$\theta = \frac{90}{5} = 18^0 = \frac{\pi}{10}$ ....(a)

iv) ধরি, চোঙের ভুমির ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক

প্রশ্নমতে,

$2\pi rh = \pi r^2 h$

$r = 2$

$\pi r^2 = \pi(2)^2$

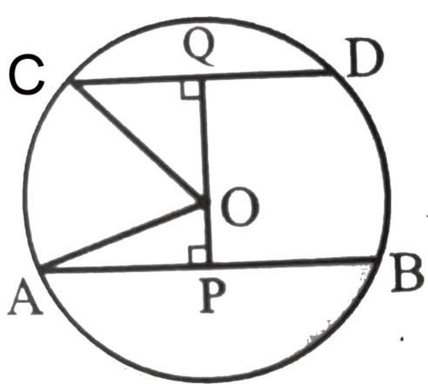
$= \frac{22}{7}.(2)^2 = \frac{88}{7} = 12\frac{4}{7}$ বর্গ একক ....(c)

v) AB||CD, AB=CD=16 সে.মি.

ব্যাসার্ধ=OB=OD=10 সে.মি.

$OP \perp AB$, $\therefore BP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} X 16$ সে.মি.

=8 সে.মি.



ΔPOB সমকোণী ত্রিভূজে,

$OB^2=OP^2+BP^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]

$OP^2=(10)^2-(8)^2$

$OP^2=100-64$

$OP=\sqrt{36}=6$ সে.মি.

$OP=OQ=6$ সে.মি. [বৃত্তের সমান দৈর্ঘ্যের জ্যা দুটি কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী]

$\therefore PQ=(6+6)=12$ সে.মি.....................(a)

vi) তথ্য তে 35 থাকলে মধ্যমা হবে=$\frac{1}{2}\{\frac{8}{2}$ তম মান $+(\frac{8}{2}+1)$ তম মান}

$\frac{1}{2}$(4 তম মান +5 তম মান)

$\frac{1}{2}(36+37)=\frac{1}{2}x73=36.5$

তথ্য তে 35 না থাকলে মধ্যমা হবে=$\frac{7+1}{2}$ তম মান

=4 তম মান

= 37

$\therefore$ মধ্যমা বৃদ্ধি পায় (37-36.5)=0.5 ....(d)

2)i. A,B,C-এর মূলধনের অনুপাত $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}$

$=(\frac{1}{x} \text{ x } xyz):(\frac{1}{y} \text{ x } xyz):(\frac{1}{z} \text{ x } xyz)$

=yz:xz:xy

মোট লাভ u টাকা

c-এর লাভের পরিমাণ=$\frac{xy\,u}{yz+xz+xy}$ টাকা

ii) a:2=b:5=c:8

$\frac{a}{2}=\frac{b}{5}=\frac{c}{8}$

$\frac{a}{2}\text{x}100\%=\frac{b}{5}\text{x}100\%=\frac{c}{8}\text{x}100\%$

a-এর 50%=b-এর 20%=c-এর $\frac{25}{2}\%$

a-এর 50%=b-এর 20%=c-এর <u>12.5%</u>

iii) বাইরে.

iv) ধরি, শঙ্কুটির ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক,

আয়তন $v=\frac{1}{3}\pi r^2h$

ভূমির ক্ষেত্রফল $A=\pi r^2$

$$v=\frac{1}{3}\pi r^2h$$

$$v=\frac{1}{3}Ah \quad [\because \pi r^2=A]$$

$$h=\frac{3v}{A}$$

v) $\text{Sin}\,\theta+\text{Sin}^2 60^0=1$

$\text{Sin}^2\theta=1-\text{Sin}^2 60^0$

$\text{Sin}^2\theta=\text{con}^2 60^0$

$\text{Sin}\ \theta=\text{Cos}60^0$

$\text{Sin}\,\theta=\frac{1}{2}, \ \frac{1}{Sin\,\theta}=2$

$\text{Cosec}\,\theta=\ \underline{2}$

vi) <u>ভূয়িষ্ঠক</u> বা <u>সংখ্যাগুরুমান</u>

3) i. মিথ্যা

ii. মিথ্যা

iii. সত্য

iv. সত্য

v. সত্য

vi. মিথ্যা

4) i. সমীর, ইদ্রিশ এবং অন্‌টনীর মূলধনের অনুপাত

$$\frac{1}{6}:\frac{1}{5}:\frac{1}{4}$$

$$=\frac{1}{6}x60:\frac{1}{5}x60:\frac{1}{4}x60$$

=10:12:15

মোট লাভের পরিমাণ=3700 Ans.

অন্‌টনীর লাভের পরিমাণ= $\frac{15x3700}{10+12+15}$ টাকা

= $\frac{15x3700}{37}$ টাকা

=1500 টাকা

উঃ- নির্নয় অন্টনির লাভের পরিমাণ 1500 টাকা

ii. সুদের হার (r)=5% বার্ষিক

সুদ (I) =1 টাকা

সময় (t)=1 মাস=$\frac{1}{12}$ বছর

আসল (P)= $\frac{100I}{tr}$=$\frac{100xI}{\frac{1}{12}x5}$=$\frac{100x1x12}{5}$=240 টাকা

উঃ- নির্ণয় টাকার পরিমাণ 240 টাকা

iii. $\frac{3x-5y}{3x+5y} = \frac{1}{2}$

=> 6x−10y=3x+5y

=> 6x−3x=5y+10y

=> 3x=15y

=> $\frac{x}{y}$=$\frac{15}{3} = 5$

=> $\frac{x^2}{y^2}$=$(5)^2$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে পাই]

=> $\frac{x^2}{y^2}$=$\frac{25}{1}$

=>$\frac{3x^2}{5y^2}$=$\frac{25}{1}$ x $\frac{3}{5}$ [উভয় পক্ষকে $\frac{3}{5}$ দ্বারা গুন করে পাই]

=> $\frac{3x^2}{5y^2} = \frac{15}{1}$

=> $\frac{3x^2+5y^2}{3x^2-5y^2}$=$\frac{15+1}{15-1}$ [যোগ ভাগ প্রক্রিয়ায় পাই]

$=> \frac{3x^2+5y^2}{3x^2-5y^2}=\frac{16}{14}$

$=> \frac{3x^2-5y^2}{3x^2+5y^2}=\frac{7}{8}$

উঃ-নির্ণেয় মান $\frac{7}{8}$

iv. $x^2-22x+105=0$ সমীকরণের দুটি বীজ α ও β হলে

$\alpha+\beta=-\frac{-22}{1}$

$\alpha+\beta=$ 22

এবং, $\alpha\beta=\frac{105}{1}=105$

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$ [সূত্রানুসারে]

$= (22)^2- 4.105$ [মান বসিয়ে পাই]

$=484-420$

$=64$

$\alpha-\beta=\sqrt{64}=\pm 8$

$\alpha-\beta=\pm 8$

উঃ-নির্ণেয় $(\alpha-\beta)$-এর মান ± 8

v. ধরি, ব্যাসার্ধ r একক এবং উচ্চতা h একক,

লম্ববৃত্তাকার শঙ্কুর আয়তন, $v_1=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

গোলকের আয়তন $v_2=\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$\frac{v2}{2}=\frac{1}{2}x\frac{4}{3}\pi r^3$ ঘন একক [উভয়পক্ষে 2 দ্বারা ভাগ করে]

$\frac{v2}{2}=\frac{2}{3}\pi r^3$ ঘন একক

$\frac{v2}{2}=\frac{1}{3}\pi 2r.r^2$ ঘন একক

$\frac{v2}{2}=\frac{1}{3}\pi h.r^2$ [প্রশ্নমতে, $2r=h$]

$\frac{v2}{2}=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

লম্ববৃত্তাকার চোঙের আয়তন $v_3=\pi r^2 h$ ঘন একক

$\frac{v3}{3}=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক [উভয়পক্ষে 3 দ্বারা ভাগ করে]

$\therefore \frac{v1}{1}=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$\frac{v2}{2}=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ঘন একক

$\frac{v3}{3}=\frac{1}{3}\pi r^2h$ ঘন একক

$\therefore \frac{v1}{1}=\frac{v2}{2}=\frac{v3}{3}$ প্রমানিত

vi. প্রথম আয়তঘনের আয়তন=(4x6x4) ঘন একক

দ্বিতীয় আয়তঘনের আয়তন={8x(2h−1)x2} ঘন একক

প্রশ্নমতে,

8x(2h−1)x2=4x6x4

=> $2h-1=\frac{4x6x4}{8x2}$

=> 2h−1=62h=6+1

=> $h=\frac{7}{2}=3.5$

উঃ- নি্র্নেয় h এর মান 3.5 একক

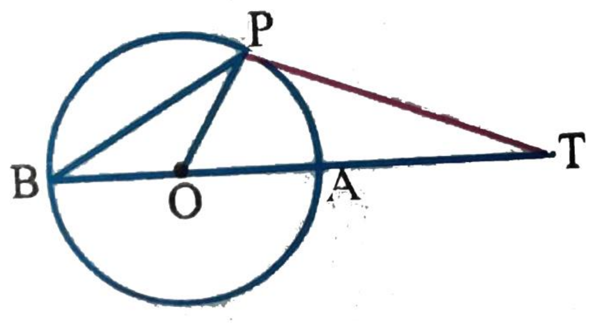
vii. ΔBOP এর OB=OP (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

$\therefore \angle OBP=\angle OPB$

$\therefore \angle PBO=\angle OPB=30^0$

$\therefore \Delta$APT−এর বহিস্থ $\angle POA=\angle PBO+\angle OPB$

$\angle POT=30^0+30^0+60^0$



$\because$ PT স্পর্শক এবং OP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ

$\therefore \angle OPT = 90^0$

$\therefore \Delta POT$ এর $\angle PTA = 180^0 - (\angle POT + \angle OPT)$

$= 180^0 - (60^0 + 90^0)$

$= 180^0 - 150^0 = 30^0$

উঃ- নির্ণেয় $\angle PTA$-এর মান 30^0

viii. ΔABC-এর DEIIBC

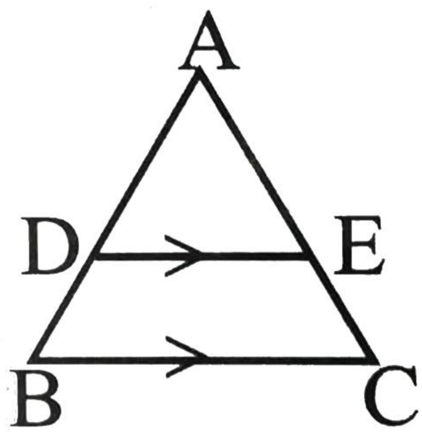
থ্যালেসের উপপাদ্য অনুসারে,

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$$

$$\frac{X}{X+3} = \frac{X-2}{X-4}$$ [মান বসিয়ে পাই]

$\Rightarrow x(x-4) = (x-2)(x+3)$

$\Rightarrow x^2+4x = x^2+3x-2x-6$



$\Rightarrow -4x-x=-6$

$\Rightarrow -5x=-6$

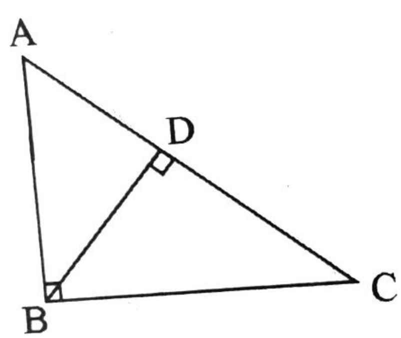
$\Rightarrow x=\frac{6}{5}=1.2$

নির্ণেয় x-এর মান 1.2 একক

ix. $\triangle ABC$-এর $\angle ABC=90^0$ এবং $BD\perp AC$,

AB=5.7সেমি, BD=3.8সেমি এবং CD=5.4সেমি,

$\triangle ABC$ ও $\triangle BDC$ পরস্পর সদৃশকোণী ত্রিভূজ।



$\therefore \frac{AB}{BD}=\frac{BC}{CD}$

$\frac{5.7}{3.8}=\frac{BC}{5.4}$ [মান বসিয়ে পাই]

=> 3.8xBC=5.7X5.4

=> $BC=\frac{5.7X5.4}{3.8}$=8.1

উঃ-নির্নেয় BC-এর মান 8.1 সেমি

X. $\text{Sin}\theta+\text{Sin}^2\theta=1$

=> $\text{Sin}\theta=1-\text{Sin}^2\theta$

=> $\text{Sin}\theta=\text{Cos}^2\theta$

=> $\text{Sin}^2\theta=\text{Cos}^4\theta$ [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

$\text{Cos}^2\theta+\text{Cos}^4\theta=\text{Sin}\theta+\text{Sin}^2\theta$ [মান বসিয়ে পাই]

$=1$ [$\because \text{Sin}\theta+\text{Sin}^2\theta=1$]

$\text{Cos}^2\theta+\text{Cos}^4\theta=1$ (প্রমানিত)

xi. $\tan4\theta \times \tan6\theta=1$

=> $\tan4\theta=\frac{1}{tan6\theta}$

$=> \tan 4\theta = \cot 6\theta$

$=> \tan 4\theta = \tan(90^0 - 6\theta)$

$=> 4\theta = 90^0 - 6\theta$

$=> 4\theta + 6\theta = 90^0$

$=> 10\theta = 90^0$

$=> \theta = \frac{90}{10} = 9^0$

উঃ- নির্ণেয় θ-এর মান 9^0

xii. পরিসংখ্যা বিভাজন গড়= $\frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$= \frac{132+5k}{20}$ =[∵ $\sum$ fixi=132+5k এবং $\sum$ fi=20]

প্রশ্নমতে,

$\frac{132+5k}{20} = 8.1$

$=> 132+5k = 8.1 \times 20$

$=> 132+5k = 162.0$

$=> 5k = 162-132$

$=> k=\frac{30}{5}=6$

উঃ-নির্ণেয় k-এর মান 6

5)i. 1 বৎসরের সরল সুদ 50 টাকা

2 বৎসরের সরল সুদ=(50x2)=100 টাকা

2 বৎসরের চক্রবৃদ্ধি সুদ ও সরল সুদের পার্থক্য

=(102-100) টাকা=2টাকা

50 টাকার 1 বৎসরের সুদ 2 টাকা

1 টাকার 1 বৎসরের সুদ $\frac{2}{50}$ টাকা

100 টাকার 1 বৎসরের সুদ $\frac{2x100}{50}$ টাকা=4 টাকা

∴বার্ষিক সুদের হার 4%

4 টাকা সুদ হয় 1 বৎসরে যখন আসল 400 টাকা

1 টাকা সুদ হয় 1 বৎসরে যখন আসল $\frac{100}{4}$ টাকা

50 টাকা সুদ হয় 1 বৎসরে যখন আসল $\frac{100x50}{4}$=1250 টাকা

উঃ- নির্ণেয় আসল 1250 টাকা এবং বার্ষিক সুদের হার 4%

ii. ধরি, রমেনবাবু প্রথম ব্যাঙ্কে x টাকা, দ্বিতীয় ব্যাঙ্কে y টাকা এবং তৃতীয় ব্যাঙ্কে z টাকা জমা রেখেছিলেন।

1 বৎসর পর প্রথম ব্যাঙ্কের মোট সুদ $=\frac{x\text{x}4\text{x}1}{100}=\frac{4x}{100}$ টাকা

1 বৎসর পর দ্বিতীয় ব্যাঙ্কের মোট সুদ $=\frac{y\text{x}5\text{x}1}{100}=\frac{5y}{100}$ টাকা

1 বৎসর পর তৃতীয় ব্যাঙ্কের মোট সুদ $=\frac{z\text{x}6\text{x}1}{100}=\frac{6z}{100}$ টাকা

শর্তানুসারে, x+y+z=370000.......(i)

এবং, $\frac{4x}{100}=\frac{5y}{100}=\frac{6z}{100}=k$ ধরি [যখন k>0]

$x=\frac{100k}{4}=25k$

$y=\frac{100k}{5}=20k$

$z=\frac{100k}{6}=\frac{50k}{3}$

এখন, x,y ও z-এর মান(i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

x+y+z=370000

=> $25k+20k+\frac{50k}{3}=3700000$

$$=> \frac{75k+60k+50k}{3}=370000$$

$$=> \frac{185k}{3}=370000$$

$$=> k= \frac{370000x3}{185}$$

$$=> k= 6000$$

$x=25k$

$=25x6000$

$=150000$ টাকা

$y=20k$

$=20x6000$

$=120000$ টাকা

$$z=\frac{50k}{3}$$

$=\frac{50x6000}{3}=100000$ টাকা

উঃ- রমেনবাবু তিনটি ব্যাঙ্কে যথাক্রমে 150000 টাকা, 120000 টাকা এবং 100000 টাকা রেখেছিলেন।

6)i. $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$, এই দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয় সমান সেক্ষেত্রে,

নিরূপক, $b^2-4ac=0$ হবে।

$$(c-a)^2-4(b-c)(a-b)=0$$

$$=> c^2-2ca+a^2-4(ab-b^2-ac+bc)=0$$

$$=> a^2+c^2-2ac-4ab+4b^2+4ac-4bc=0$$

$$=> a^2+4b^2+c^2-4ab+2ac-4bc=0$$

$$=> 4b^2+a^2+c^2-4ab+2ac-4bc=0$$

$$=> (2b-a-c)^2=0$$

$$=>2b-a-c=0$$

$=>2b=a+c$ (প্রমানিত)

ii. ধরি, অনিকের গতিবেগ x মি/সেকেন্ড

∴সালমার গতিবেগ (x+1) মি/সেকেন্ড

180 মিটার দৌড়াতে অনিকের সময় লাগে$=\frac{180}{x}$ সেকেন্ড

180 মিটার দৌড়াতে সালমার সময় $=\frac{180}{x+1}$ সেকেন্ড

প্রশ্নমতে, $\frac{180}{x}-\frac{180}{x+1}=2$

$\frac{180(x+1)-180x}{x(x+1)}=2$

$=> \frac{180x+180-180x}{x2+x}=2$

$=> 2(x^2+x)=180$

$=> x^2+x=\frac{180}{2}$

$=> x^2+x=90$

$=> x^2+x=90$

$=> x^2+x-90=0$

$=> x^2+10x-9x-90=0$

$=> x(x+10)-9(x+10)=0$

$=> (x+10)(x-9)=0$

$=> x+10=0$ বা, $x-9=0$

$=> x=-10$ $x=9$

গতিবেগ কখনো ঋনাত্মক হতে পারে না,

∴অনিকের গতিবেগ 9 মি/সেকেন্ড

উঃ-নির্নেয় অনিকের গতিবেগ 9 মিটার/সেকেন্ড

7) i. $x=3+2\sqrt{2}$

$\frac{1}{x}=\frac{1}{3+2\sqrt{2}}\times\frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$ [হর নিরসন করে পাই]

$=\frac{3-2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}$

$=\frac{3-2\sqrt{2}}{9-8}=3-2\sqrt{2}$

$x+\frac{1}{x}=3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}$

$=6$

$\frac{x6+x4+x2+1}{x3}=\frac{x6}{x3}+\frac{x4}{x3}+\frac{x2}{x3}+\frac{1}{x3}$

$=(x^3+\frac{1}{x3})+(x+\frac{1}{x})$

$=(x+\frac{1}{x})^3-3x.\frac{1}{x}(x+\frac{1}{x})+(x+\frac{1}{x})$

$=(6)^3-3.6+6$

$=216-18+6$

$=222-18$

$=204$

উঃ-নির্নেয় মান 204 Ans.

ii. $3x-4y \alpha \sqrt{xy}$

=> $3x-4y=k\sqrt{xy}$ [k হল অশূন্য ভেদ ধ্রুবক]

=> $3x-4y=k\sqrt{xy}$......(i)

=> $(3x-4y)^2=(k\sqrt{xy})^2$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে পাই]

=> $(3x+4y)^2-4.3x.4y=k^2xy$

=> $(3x+4y)^2=k^2xy+48xy$

=> $(3x+4y)^2=xy(k^2+48)$

=> $3x+4y=\sqrt{xy(k2+48)}$

=> $3x+4y=\sqrt{xy}.\sqrt{k2+48}$.......(ii)

(ii) ÷ (i) করে পাই,

$$\frac{3x+4y}{3x-4y}=\frac{\sqrt{xy}.\sqrt{k2+48}}{\sqrt{xy}.k}$$

$=> \frac{3x+4y}{3x-4y}$=R [ধরি, R=$\frac{\sqrt{k2+48}}{\text{k}}$]

$=> \frac{3x+4y+3x-4y}{3x+4y-3x+4y}=\frac{R+1}{R-1}$ [যোগ ভাগ প্রক্রিয়ার দ্বারা পাই]

$=> \frac{6x}{8y}= \frac{R+1}{R-1}$

$=> \frac{x}{y}=\frac{8}{6} \frac{R+1}{R-1}$

$\frac{x}{y}$=P [ধরি, p=$\frac{8}{6} \frac{R+1}{R-1}$]

x=Py

আবার, $\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{p^2y^2+y^2}{Py.y}=\frac{y^2(P+1)}{y^2P}$ = ধ্রবক

$x^2+y^2 \alpha xy$ প্রমানিত।

8) i. $\frac{ay-bx}{c}=\frac{cx-az}{b} = \frac{bz-cy}{a}$

$\frac{c(ay-bx)}{cxc} = \frac{b(cx-az)}{bxb} \frac{a(bz-cy)}{axa}$

$=\frac{acy-bcx}{c2}=\frac{bcx-abz}{b2}=\frac{abz-acy}{a2}$

$=\frac{acy-bcx+bcx-abz+abz-acy}{c2+b2+a2}$ [সংযোজন প্রক্রিয়ার সাহায্যে পাই]

=0

সুতরাং, $\frac{ay-bx}{c}$=0 আবার, $\frac{cx-az}{b}$=0 ay−bx=0 cx−az=0

ay=bx cx=az

$\frac{y}{b}=\frac{x}{a}$ $\frac{x}{a}=\frac{z}{c}$

$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}$

$\therefore \frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ প্রমানিত।

ii. $\frac{a^3+3ab^2}{b^3+3a^2b}=\frac{63}{62}$

$=> \frac{a^3+3ab^2+b^3+3a^2b}{a^3+3ab^2-b^3-3a^2b}=\frac{63+62}{63-62}$ [যোগভাগ প্রক্রিয়ার সাহায্যে পাই]

$=> \frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a^3-3a^2b+3ab^2-b^3}=\frac{125}{1}$

$=> \frac{(a+b)^3}{(a-b)^3}=\frac{125}{1}$

$=> \frac{a+b}{a-b}=\sqrt[3]{125}$

$=> \frac{a+b}{a-b}=\frac{5}{1}$

$=> \frac{a+b+a-b}{a+b-a+b}=\frac{5+1}{5-1}$ [যোগভাগ প্রক্রিয়ার সাহায্যে পাই]

$=> \frac{2a}{2b}=\frac{6}{4}$

=> $\frac{a}{b}=\frac{3}{2}$

=> a:b=3:2

উঃ-নির্ণেয় মান 3:2

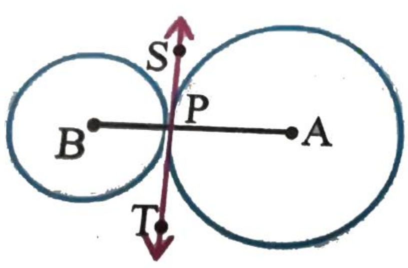
9)i. যদি দুটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করে, তাহলে স্পর্শবিন্দুটি কেন্দ্র দুটির সংযোজক সরলরেখাংশের উপর অবস্থিত হবে।

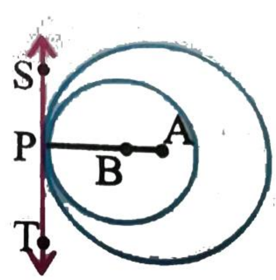
প্রদত্তঃ A ও B কেন্দ্রীয় দটি বৃত্ত পরস্পরকে P বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।

প্রমান করতে হবেঃ A,P ও B সমরেখ।

অঙ্কনঃ A,P ও B,P যোগ করলাম।

প্রমানঃ A কেন্দ্রীয় ও B কেন্দ্রীয় বৃত্তদুটি পরস্পরকে P বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।





∴P বিন্দুতে বৃত্তদুটির একটি সাধারন স্পর্শক আছে।

ধরি, ST হলো সাধারন স্পর্শক যা দুটি বৃত্তকেই P বিন্দুকে স্পর্শ করেছে।

$\because$ A কেন্দ্রীয় বৃত্তের ST স্পর্শক এবং AP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ,

$\therefore$ $AP \perp ST$

আবার, যেহেতু B কেন্দ্রীয় বৃত্তের ST স্পর্শক এবং BP স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ,

$\therefore BP \perp ST$

$\therefore$ AP ও BP একই P বিন্দুতে ST সরলরেখার উপর লম্ব।

$\therefore$ AP ও BP একই সরলরেখায় অবস্থিত

অর্থাৎ A,P,ও B সমরেখ। (প্রমানিত)

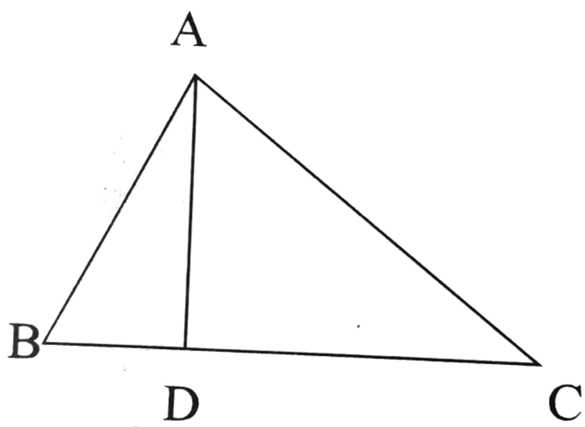
ii. পিথাগোরাসের উপপাদ্যঃ যে কোন সমকোনী ত্রিভূজের অতিভূজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্র্ফল্ের অপর দুটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

প্রদত্তঃ ABC একটি সমকোণী ত্রিভূজ যার $\angle A$ সমকোণ

প্রমান করতে হবেঃ $BC^2=AB^2+AC^2$

অঙ্কনঃ সমকৌণিক বিন্দু A থেকে অতিভূজ BC–এর উপর AD লম্ব অঙ্কন করলাম যা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমান: সমকোণী ত্রিভূজ ABC–এর অতিভূজ BC–এর উপর AD লম্ব



$\therefore \Delta ABD$ ও ΔCBA সদৃশ।

সূতরাং, $\frac{AB}{BC}=\frac{BD}{AB}$, $\therefore AB^2=BC.BD$................(I)

আবার, ΔCAD ও ΔCBA সদৃশ।

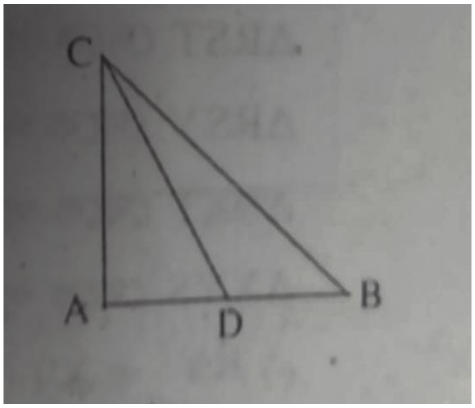
সূতরাং, $\frac{AC}{BC}=\frac{DC}{AC}$, $\therefore AC^2=BC.DC$...............(II)

সূতরাং, (I) ও (II)যোগ করে পাই, $AB^2+AC^2=BC.BD+BC.DC$

$=BC(BD+DC)=BC.BC=BC^2$

$\therefore BC^2=AB^2++AC^2$ (প্রমানিত)

10) i. ABC ত্রিভূজের $\angle A$ সমকোণ এবং CD মধ্যমা,



প্রমান করতে হবে যে, $BC^2=CD^2+3AD^2$

AB বাহুর উপর D বিন্দুতে CD মধ্যমা

$\therefore AD=BD$

আবার, $\triangle ADC$ এবং $\triangle ABC$ প্রত্যেকেই সমকোণী ত্রিভূজ

$\therefore \triangle ADC$ থেকে পাই

$CD^2=AC^2+AD^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই]

$AC^2=CD^2-AD^2$

আবার, $\triangle ABC$ থেকে পাই,

$BC^2=AC^2+AB^2$ [পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই]

$BC^2=AC^2+(2AD)^2$ $[\because AD=BD, \therefore AB=2AD]$

$BC^2=AC^2+4AD^2$

$BC^2=CD^2-AD^2+4AD^2$ $[\because AC^2=CD^2-AD^2]$

$BC^2=CD^2+3AD^2$ (প্রমানিত)

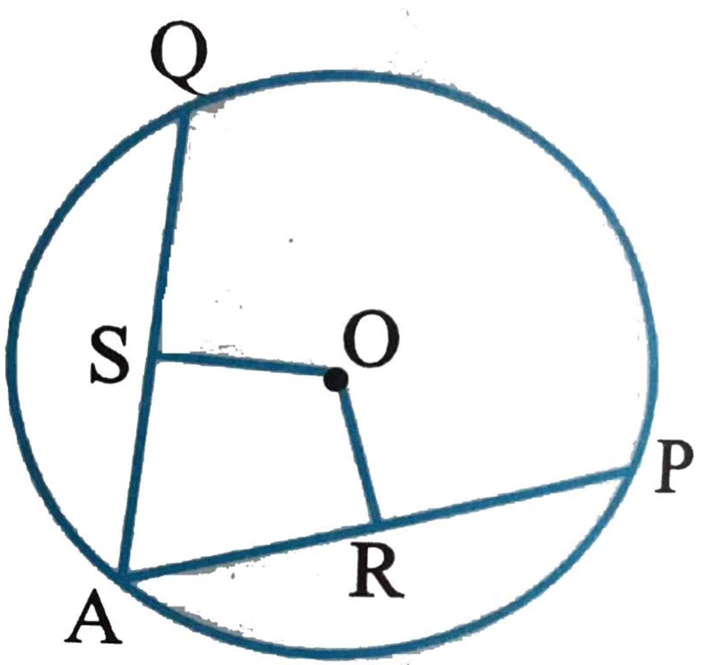
ii. O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AP, AQ দুটি জ্যা-মধ্যবিন্দু যথাক্রমে R ও S; প্রমান করতে হবে যে, O,R,A,S বিন্দু চারটি সমবৃত্তস্থ।

প্রদত্তঃO কেন্দ্রীয় বৃত্তের AP, AQ দুটি জ্যা-এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে R ও S

প্রমান করতে হবে যেঃ O,R,A,S বিন্দু চারটি সমবৃত্তস্থ।

অঙ্কনঃ O, R বিন্দুদ্বয় এবং O, S বিন্দুদ্বয় যুক্ত করি।

প্রমানঃ OR, AP জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে। $\therefore OR \perp AP$



অর্থাৎ, $\angle ARO = 90^0$

OS, AQ জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে। $\therefore OS \perp AQ$

অর্থাৎ, $\angle ASO = 90^0$

$\therefore \angle ARO + \angle ASO = 90^0 + 90^0 + = 180^0$

যেহেতু AROS চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত কোণ পরস্পর সম্পূরক, সুতরাং, O,R,A,S বিন্দু চারটি সমবৃত্তস্থ।

12) i. $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \tan^2\alpha$

$$=> \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{1} = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$=> \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta} = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} \quad [\because 1 = \cos^2\theta + \sin^2\theta]$$

$$=> \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos^2\theta - \sin^2\theta} = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha}$$

$$=> \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta + \cos^2\theta - \sin^2\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta - \cos^2\theta + \sin^2\theta} = \frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha}$$ [যোগ ভাগ প্রক্রিয়ায়]

$$=> \frac{2\cos^2\theta}{2\sin^2\theta} = \frac{1}{\cos^2\alpha - \sin^2\alpha} \quad [\because \cos^2\alpha + \sin^2\alpha]$$

$$=> \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

=> $\tan^2\theta = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

=> $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \tan^2\theta$ (প্রমানিত)

ii. বামপক্ষঃ

$$\frac{\tan 73^0 + cot61^0}{tan17^0 + cot29^0}$$

=> $$\frac{tan73^0 + cot61^0}{\tan(90^0 - 73^0) + \cot(90^0 - 61^0)}$$

=> $$\frac{tan73^0 + cot61^0}{cot73^0 + tan61^0}$$

=> $$\frac{\frac{sin73^0}{cos73^0} + \frac{cos61^0}{sin61^0}}{\frac{cos73^0}{sin73^0} + \frac{sin61^0}{cos61^0}}$$

=> $$\frac{\frac{sin73^0 sin61^0 + cos73^0 cos61^0}{cos73^0 sin61^0}}{\frac{cos73^0 cos61^0 + sin73^0 sin61^0}{sin73^0 cos61^0}}$$

=> $$\frac{sin73^0 sin61^0 + cos73^0 cos61^0}{cos73^0 sin61^0} \text{x} \frac{\sin 73^0 cos61^0}{cos73^0 cos61^0 + sin73^0 sin61^0}$$

=> $$\frac{sin73^0}{cos73^0} - \frac{\cos 61^0}{sin61^0}$$

=> $\tan 73^0 \quad \cot 61^0$=ডানপক্ষ

iii. x $\sin 60^0 \quad \cos^2 30^0 = \frac{tan^2 45^0 sec60^0}{cosec60^0}$

=> $\frac{\sqrt{3}}{2}.(\frac{\sqrt{3}}{2})^2=\frac{\frac{(1)2.2}{2}}{\sqrt{3}}$ [মান বসিয়ে পাই]

=> $\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{3}{4}=1x2x\frac{\sqrt{3}}{2}$

=> $\frac{3\sqrt{3}}{8}=\sqrt{3}$

=> $\sqrt{3}x\frac{8}{3\sqrt{3}}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$

উঃ- x-এর মান $2\frac{2}{3}$

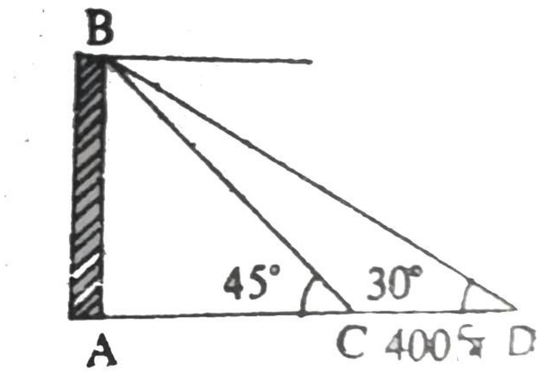
13)i. ধরি, AB নদীর উপর সেতু

সেতুর A প্রান্ত থেকে c বিন্দু গেলে

c বিন্দুতে সেতুটি 45^0 কোন উৎপন্ন করে,

অর্থাৎ, $\angle ABC=45^0$

C বিন্দু থেকে 400 মিটার দূরে D বিন্দুতে সেতুটি 30^0 কোন উৎপন্ন করে



$\therefore \angle ADB = 30^0$ এবং CD=400 মিটার

সমকোণী ত্রিভূজ ADB থেকে পাই,

$\frac{AD}{AB} = \cot 30^0$

$\frac{AD}{AB} = \sqrt{3}$ ....(i)

আবার, সমকোণী ΔABC থেকে পাই,

$\frac{AC}{AB} = \cot 45^0$

$\frac{AC}{AB} = 1$

(i) − (ii) করে পাই,

$\frac{AD}{AB} - \frac{AC}{AB} = \sqrt{3} - 1$

$\frac{AD-AC}{AB} = \sqrt{3} - 1$

$\frac{CD}{AB} = \sqrt{3} - 1$

$(\sqrt{3}-1)AB=CD=400$

$AB=\frac{400}{\sqrt{3}-1}$

$AB=\frac{400}{\sqrt{3}-1}X\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$

$AB=\frac{400(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2-1^2}$

$AB=\frac{400(\sqrt{3}+1)}{3-1}$

$AB=\frac{400(1.732+1)}{2}$ [$\because \sqrt{3}=1.732$]

$AB=\frac{400(1.732+1)}{2}$

AB=200X2.732

AB=546.400

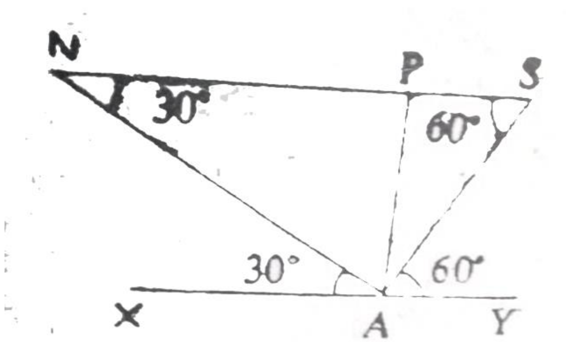
AB=546.4

উঃ- নির্নেয় সেতুটির দৈঘ্য 546.4 মিটার (প্রায়)

ii. ধরি, A বিন্দু মাঠের মাঝে লোকটির অবস্থান।

N বিন্দু প্রথমে উত্তর দিকে পাখির অবস্থান।

S বিন্দু পরে দক্ষিন দিকে পাখির অবস্থান।



উন্নতি $\angle XAN=30^0$=একান্তর কোন $\angle ANP$

উন্নতি $\angle YAS=60^0$=একান্তর কোন $\angle ASP$

$AP\perp NS$ এবং $AP=50\sqrt{3}$ মিটার

সমকোণী ΔANP থেকে পাই

$$\frac{NP}{AP}=\cot 30^0$$

$$\frac{NP}{AP}=\sqrt{3}$$

$$NP=\sqrt{3}AP$$

$$NP=\sqrt{3}X50\sqrt{3} \qquad [\because AP=50\sqrt{3}]$$

NP=150

আবার, সমকোণী ত্রিভূজ APS থেকে পাই,

$\frac{PS}{AP}$=cot60^0

$\frac{PS}{AP}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

PS=$\frac{1}{\sqrt{3}}$XAP

PS=$\frac{1}{\sqrt{3}}$X50$\sqrt{3}$

PS=50

NS=(NP+PS)

=(150+50)মিটার =200 মিটার।

পাখিটি 2 মিনিটে উড়ে যায় 200 মিটার

" 1 " " " $\frac{200}{2}$ "

" 60 " " " $\frac{200X60}{2}$ "

=6000 মিটার

=6 কি.মি.

নির্ণেয় পাখিটির গতিবেগ 6 কি.মি./ঘন্টা

14) i. ধরি, লম্ববৃত্তাকার চোঙাকৃতি পাত্রের জলতলের উষ্চতা h সে.মি. বৃদ্ধি পাবে।

চোঙাকৃতি পাত্রের ব্যাসার্ধ$=\frac{24}{2}=12$ সে.মি.

h সে.মি. উষ্চতায় জলের আয়তন$=\pi(12)^2h$ ঘন সে.মি.

একটি নিরেট শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধ $\frac{6}{2}=3$ সে.মি.

নিরেট শঙ্কুর উষ্চতা$=4$ সে.মি.

একটি নিরেট শঙ্কুর আয়তন$=\frac{1}{3}\pi(3)^2.4$ ঘন সে.মি.

60টি নিরেট শঙ্কুর আয়তন$=\frac{1}{3}\pi(3)^2x4x60$ ঘন সে.মি.

প্রশ্নমতে,

$$\pi(12)^2h=\frac{1}{3}\pi(3)^2x4x60$$

$$h=\frac{1}{3}\pi x3x3x4x60x\frac{1}{\pi}x\frac{1}{12X12}$$

$$h=5$$

উঃ- চোঙাকৃতি পাত্রের জলতলের উষ্চতা 5 সে.মি.বৃদ্ধি পাবে।

ii. লম্ববৃত্তাকার চোঙাকৃতি কাঠের গুঁড়ির ব্যাসার্ধের দৈ্ঘ্য$=\frac{12\sqrt{2}}{2}$ সে.মি.

$=6\sqrt{2}$ সে.মি.

কাঠের গুঁড়ির দৈ্ঘ্য=21 মিটার=2100 সে.মি.

কাঠের গুঁড়ির আয়তন=$\pi r^2 h$ ঘন সে.মি.

$=\frac{22}{7}.(6\sqrt{2})^2.2100$ ঘন সে.মি.

$=\frac{22}{7}\text{x}6\sqrt{2}\text{x}6\sqrt{2}\text{x}2100$ ঘন সে.মি.

=475200 ঘন সে.মি.

=475.2 ঘন ডে.সে.মি.

বৃত্তাকার প্রস্থচেহ্দ বিশিষ্ট কাঠের গুঁড়িকে সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট করে বর্গাকার প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট কাঠের লগে পরিণত করতে হবে। সুতরাং, বর্গক্ষেত্রের কর্নের দৈ্র্ঘ্য=বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ব্যাসের দৈ্র্ঘ্য=$12\sqrt{2}$সে.মি.

=বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈ্র্ঘ্য=$\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$=12সে.মি.

আয়তঘনাকার কাঠের লগের আয়তন=(12x12x2100) ঘন সে.মি.

=302400 ঘন সে.মি.

=302.4 ঘন ডে.সে.মি.

আয়তঘনাকার কাঠের লগে কাঠ থাকবে 302.4 ঘন ডে.সে.মি.

∴নষ্ট কাঠের পরিমাণ=(475.2−302.4) ঘন ডে.সে.মি.

= 172.8 ঘন ডে.সে.মি.

উঃ-নির্ণেয় আয়তঘনাকার কাঠের লগে কাঠ থাকবে 302.4 ঘন ডে.সে.মি. এবং কাঠ নষ্ট হবে 172.8 ঘন ডে.সে.মি.

iii. ভূগোলকটির ব্যাসার্ধ 14 সে.মি.

ভূগোলকটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল=$4\pi(14)^2$ বর্গ সে.মি.

$=4\text{x}\frac{22}{7}\text{x}14\text{x}14$ বর্গ সে.মি.

=2464 বর্গ সে.মি.

একটি বৃত্তাকার ছিদ্রের ব্যাসার্ধ =0.7 সে.মি.

∴একটি বৃত্তাকার ছিদ্রের ক্ষেত্রফল=$\pi(0.7)^2$ বর্গ সে.মি.

দুটি বৃত্তাকার ছিদ্রের ক্ষেত্রফল=$2\pi(0.7)^2$ বর্গ সে.মি.

$=(2\text{x}\frac{22}{7}\text{x}\frac{7}{10}\text{x}\frac{7}{10})$ বর্গ সে.মি.

$=\frac{308}{100}=3.08$ বর্গ সে.মি.

ভূগোলকটির ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল=(2464−3.08) বর্গ সে.মি.

=2460.92 বর্গ সে.মি.

উঃ-নির্ণেয় ভূগোলকটির ধাতব পাতের ক্ষেত্রফল 2460.92 বর্গ সে.মি.

15) i.

চল xi	পরিসংখ্যা Fi	xifi
5 10 15 20 25	6 P 6 10 5	30 10P 90 200 125
মোট	$\sum$ fi=27+P	$\sum$ fixi=445+10P

যৌগিক গড়= $\frac{\sum fixi}{\sum fi}$

$=\frac{445+10P}{27+P}$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{445+10P}{27+P}=15$$

$$445+10P=15(27+P)$$

$$445+10P=405+15P$$

`

$$10P-15P=405-445$$

$$-5P=-40$$

$$P=\frac{40}{05}=8$$

উঃ-নির্ণেয় P-এর মান 8

ii.

শ্রেনী সীমা	শ্রেনী সীমানা	পরিসংখ্যা	ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা (ক্ষুদ্রতর সূচক)
1-5	0.5-5.5	2	2
6-10	5.5-10.5	3	5
11-15	10.5-15.5	6	11
16-20	15.5-20.5	7	18
21-25	20.5-25.5	5	23
26-30	25.5-30.5	4	27

31-35	30.5-35.5	3	30=n

এখানে, n=30, $\therefore \frac{n}{2}=\frac{30}{2}=15$

$\therefore$মধ্যমা শ্রেনি হল 15.5-20.5

এখানে,

L=15.5

$\frac{n}{2}=15$

cf=11

f=7

h=5

নির্ণেয় মধ্যমা=$L+[\frac{\frac{n}{2}-cf}{f}=$

$=15.5+[\frac{15-11}{7}]x5$

$=15.5+\frac{4}{7}x5$

$=15.5+\frac{20}{7}$

=15.5+2.86 (প্রায়)

=18.36 (প্রায়)

iii. প্রদত্ত ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি থেকে পরিসংখ্যা বিভাজন ছকটি হলঃ

শ্রেনী সিমানা(মান)	পরিসংখ্যা
10-এর কম	4
10-20	16-4=12

20-30	40-16=24
30-40	76-40=36
40-50	96-76=20
50-60	112-96=16
60-70	120-112=8
70-80	125-120=5

সংখ্যাগুরু মান সংবলিত শ্রেনীটি হল (30-40)

সংখ্যাগুরু মান=$L+\left(\frac{fi-f0}{2f1-f0-f2}\right)xh$ এখানে,

$=30+\frac{36-24}{2X36-24-20}X10,$ $L=30,\ f_1=36, f_0=24, f_2=20, h=10$

$=30+\frac{12}{72-44}X10$

$=30+\frac{12}{28}X10$

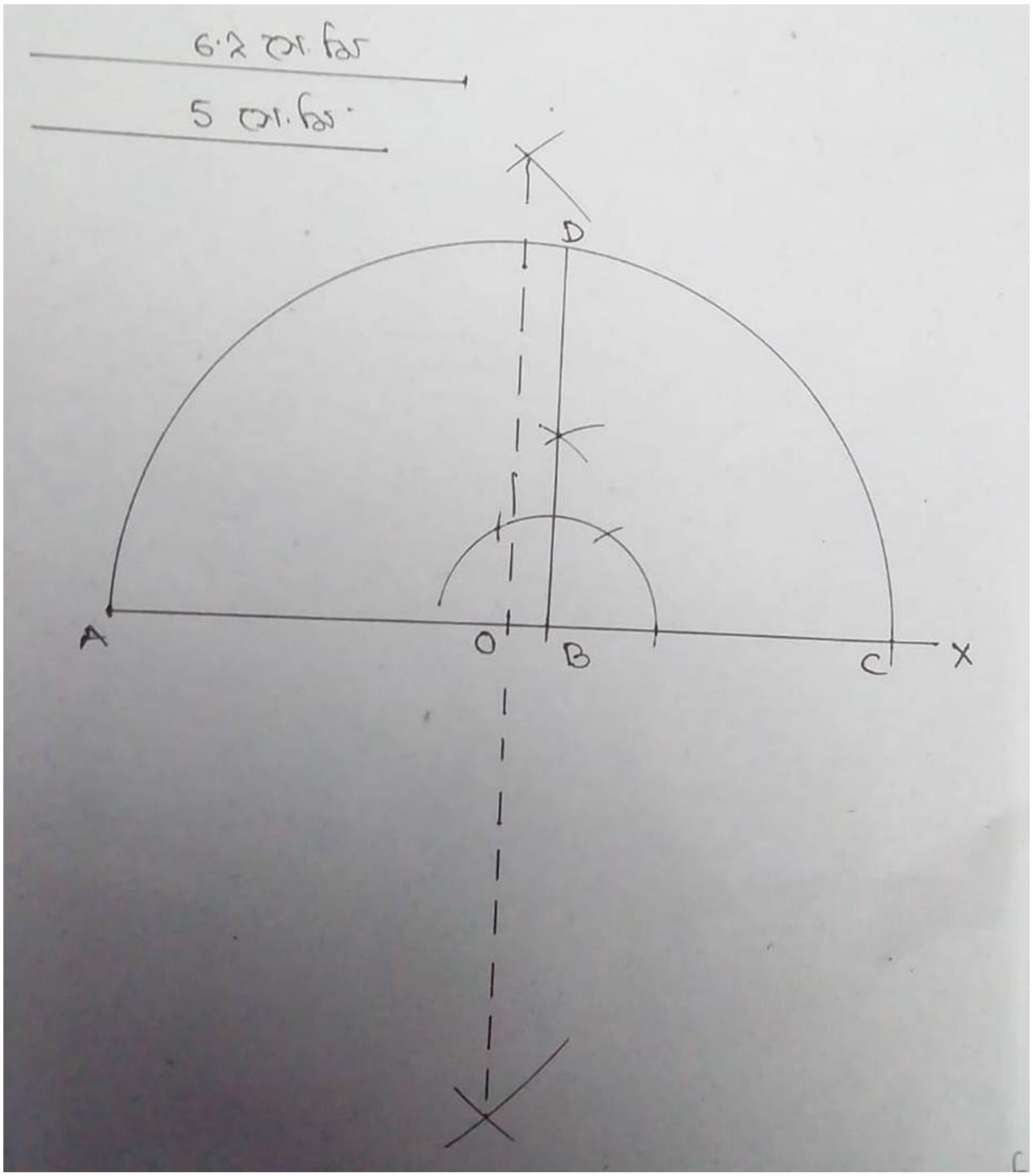
=30+4.29 (প্রায়)

=34.29 (প্রায়)

11) i. $\sqrt{31} = \sqrt{\frac{31}{5} x 5}$

$= \sqrt{6.2 X 5}$

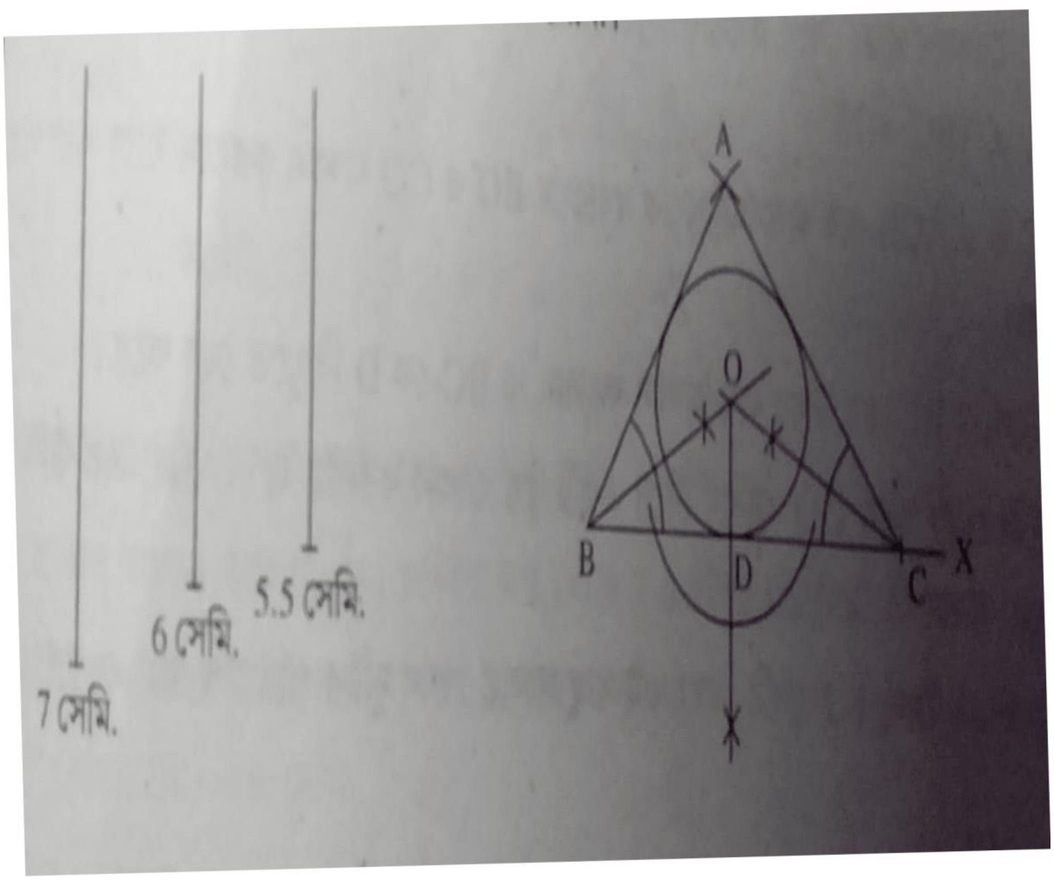
=ধরি, দুটি সরলরেখাংশ নিলাম যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6.2cm এবং 5cm.



স্কেলের সাহায্যে মেপে দেখা গেল BD=5.5 সে.মি। (প্রায়)

$\therefore$ জ্যামিতিক উপায় $\sqrt{31}$=5.5 একক (প্রায়)

11) ii.



ABC একটি ত্রিভূজ অঙ্কিত হল যার AB=5.5 সে.মি, BC=7 সে.মি এবং CA=6 সে.মি $\triangle$ABC–এর একটি অন্তবৃত্ত অঙ্কিত হল যার কেন্দ্র O এবং ব্যাসার্ধ OD.